

Циганівська І.М.

к.ф.-м. н., доцент кафедри алгебри і комп'ютерної математики,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Камінський О.Є.,

д. е. н., професор кафедри системного аналізу та кібербезпеки
КНЕУ імені Вадима Гетьмана
Лютий О.О., здобувач освіти

Tsyganivska I. M.,

PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor of Department
of Algebra and Mathematical Logic, Taras Shevchenko National University
of Kyiv

Kaminsky O.E.,

Doctor of Economics, Professor of the Department of System Analysis
and Cybersecurity, KNEU named after V. Hetman
Lyuty O.O., student

СТОХАСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА СЦЕНАРНИЙ АНАЛІЗ ДЕМОЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ УКРАЇНИ

STOCHASTIC MODELING AND SCENARIO ANALYSIS OF THE DEMOECONOMIC SYSTEM OF UKRAINE

Анотація. У статті досліджено взаємозв'язок демографічних та економічних процесів в Україні в умовах воєнної нестабільності. Обґрунтовано необхідність використання стохастичного підходу для аналізу демоекономічної динаміки, оскільки традиційні детерміновані моделі не повною мірою враховують випадкові шоки, пов'язані з бойовими діями, міграцією, руйнуванням інфраструктури, змінами ринку праці та зовнішньоекономічними факторами. На основі демографічних і макроекономічних показників України за 2025 рік побудовано систему стохастичних диференціальних рівнянь, яка описує динаміку чисельності населення, трудових ресурсів, виробництва, капіталу, міграційного балансу та воєнного фактора. Для чисельної реалізації моделі застосовано метод Монте-Карло та схему Ейлера–Маруями, що дало змогу сформувати множину можливих сценаріїв розвитку соціально-економічної системи. Отримані результати показують високу чутливість демографічної та економічної динаміки до випадкових воєнних шоків, а також підтверджують доцільність імовірнісного моделювання для оцінювання ризиків, невизначеності та перспектив відновлення України.

Ключові слова: Демоекономічна модель, стохастичне моделювання, демографічні процеси, економічний розвиток, міграційний баланс, трудові ресурси, метод Монте-Карло.

Abstract. The article examines the relationship between demographic and economic processes in Ukraine under conditions of wartime instability. The need to apply a stochastic approach to the analysis of demo-economic dynamics is substantiated, since traditional deterministic models do not fully account for

random shocks caused by military actions, migration, infrastructure destruction, labor market changes, and external economic factors. Based on demographic and macroeconomic indicators of Ukraine for 2025, a system of stochastic differential equations is proposed to describe the dynamics of population size, labor resources, output, capital, migration balance, and the war impact factor. The Monte Carlo method and the Euler–Maruyama numerical scheme are used to implement the model, making it possible to generate a set of potential development scenarios for the socio-economic system. The obtained results demonstrate the high sensitivity of demographic and economic dynamics to random wartime shocks and confirm the relevance of probabilistic modeling for assessing risks, uncertainty, and recovery prospects for Ukraine.

Keywords. demo-economic model, stochastic modeling, demographic processes, economic development, migration balance, labor resources, Monte Carlo method.

Вступ. У ХХІ столітті демографічні процеси та економічний розвиток стають дедалі більш взаємопов'язаними, а їх аналіз потребує застосування складних математичних моделей і сучасних цифрових технологій. Статистичні дані за 2025 рік свідчать про суттєві зміни у демографічній структурі світу. Зокрема, при збереженні високої чисельності населення (понад 8 млрд осіб) спостерігається зниження темпів його зростання та падіння рівня народжуваності [1]. Це підтверджує перехід більшості країн до стадії демографічного переходу. Аналіз статистичних даних свідчить про тісний взаємозв'язок між демографічними та економічними процесами (див. табл. 1).

Таблиця 1

**ДИНАМІКА ЧИСЕЛЬНОСТІ НАСЕЛЕННЯ СВІТУ
ТА ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ (історична ретроспектива)**

Рік	Основний тренд	Чисельність населення світу, млрд осіб	Середній темп зростання населення, %	Світовий ВВП (оцінка, трлн \$)
1800	Початок індустріальної епохи	~1.0	~0.5	~1.2
1900	Промислова революція	~1.6	~0.6	~3.4
1950	Післявоєнне відновлення	~2.5	~1.5	~9.0
2000	Глобалізація	~6.1	~1.3	~34
2022	Досягнення 8 млрд	~8.0	~1.1	~100
2026	Уповільнення росту	~8.3	~1.0	~110+

Джерело: за даними [9]

Одночасно зростає роль математичних моделей, які використовуються для аналізу складних демографічних процесів, прогнозування чисельності населення та оцінки впливу соціально-економічних факторів.

Аналіз останніх джерел та публікацій. У роботі J. Vijak [8] було акцентовано увагу на тому, що демографія має сильну емпіричну базу, однак потребує розвитку теоретичних і модельних інструментів для пояснення складної поведінки населення. Особливе значення приділено агентно-орієнтованому моделюванню як перспективному напрямку дослідження демографічних процесів.

В статті R. Schoen [9] розглядаються таблиці смертності, моделі стабільного населення, багатостанова демографічна модель, моделі шлюбності, народжуваності та міграції. Визначено які формальні математичні підходи застосовуються для прогнозування чисельності, структури та динаміки населення.

У статті Y. Xie [10] було підкреслено, що стохастичні моделі застосовуються для підвищення якості демографічних даних, порівняння процесів між різними групами населення та аналізу вікових закономірностей демографічних подій. Окрему увагу приділено параметричним і напівпараметричним моделям, які використовуються у дослідженнях смертності, народжуваності та шлюбності.

Виклад основного матеріалу дослідження. Україна в 2025 році мала складну демоекономічну ситуацію: демографічна криза поглиблювалася через низьку народжуваність, високу смертність, внутрішнє переміщення та міграцію за кордон. Водночас економіка зберегла помірне зростання, але залишалася залежною від зовнішньої фінансової підтримки, імпорту та високих бюджетних потреб воєнного часу (див. табл. 2).

Частина показників є попередніми або оцінковими, оскільки статистика воєнного періоду має обмеження щодо територіального охоплення. Для формалізації взаємозв'язку між демографічними та економічними процесами в умовах війни доцільно використовувати не лише детерміновані залежності, а й стохастичний підхід. Це пояснюється тим, що у воєнний період розвиток соціально-економічної системи суттєво залежить від випадкових факторів: інтенсивності бойових дій, раптових хвиль міграції, руйнування інфраструктури, змін інвестиційної активності, зовнішньої допомоги, коливань ринку праці тощо.

ДЕМОЕКОНОМІЧНІ ДАНІ ЩОДО УКРАЇНИ ЗА 2025 РІК

Блок	Показник	Значення за 2025 рік
Демографія	Загальна чисельність населення	39,0 млн осіб
	Діти віком 0–14 років	14 % населення
	Народжуваність	168 778 новонароджених
	Смертність	485 296 померлих
	Природне скорочення населення	–316 518 осіб
Міграція / війна	Внутрішньо переміщені особи	близько 3,7 млн осіб
	Українці, які шукали прихисток за кордоном	близько 5,7 млн осіб
Економіка	Номинальний ВВП	8,93 трлн грн
	Реальне зростання ВВП	+1,8 %
Ціни	Інфляція на кінець року	8,0 % р/р
Праця / доходи	Середня зарплата штатних працівників у грудні	30 926 грн
Зовнішній сектор	Дефіцит поточного рахунку	31,9 млрд дол. США / 14,9 % ВВП
Зовнішня торгівля	Експорт товарів	38,3 млрд дол. США
	Імпорт товарів	89,3 млрд дол. США
Фінанси	Міжнародні резерви	57,3 млрд дол. США
Державні фінанси	Державний і гарантований державою борг до ВВП	98,4 % ВВП

Джерело: за даними [5, 6, 7]

Основними змінними стохастичної моделі є:

- $N(t)$ – чисельність населення в момент часу t ;
- $L(t)$ – економічно активне населення, або трудові ресурси;
- $Y(t)$ – обсяг виробництва;
- $K(t)$ – капітал, тобто накопичені виробничі ресурси;
- $M(t)$ – міграційний баланс;
- $W(t)$ – фактор воєнного впливу, що характеризує інтенсивність дестабілізації.

На відміну від детермінованої моделі, у стохастичному варіанті всі ці величини можуть змінюватися не лише під впливом законо-

мірних причин, а й через випадкові шоки. Тому до моделі вводяться випадкові процеси типу броунівського руху.

Основні параметри моделі:

- b – коефіцієнт народжуваності;
- d – коефіцієнт смертності;
- η – частка населення, що поповнює трудові ресурси;
- μ – коефіцієнт вибуття трудових ресурсів;
- r – базовий темп економічного зростання;
- s – норма заощаджень та інвестицій;
- λ – коефіцієнт зносу капіталу;
- α, β – параметри виробничої функції;
- γ – чутливість міграції до економічного стану;
- δ – сила впливу війни на демографію;
- θ – сила впливу війни на економіку;
- ρ – швидкість повернення воєнного чинника до середнього

рівня;

- \bar{W} – середній рівень воєнного впливу;
- $\sigma_N, \sigma_L, \sigma_Y, \sigma_K, \sigma_M, \sigma_W$ – інтенсивності випадкових збурень.

Для опису динаміки системи пропонується така система стохастичних диференціальних рівнянь:

Динаміка чисельності населення:

$$dN_t = [(b - d)N_t + \gamma Y_t - \delta W_t N_t + M_t]dt + \sigma_N N_t dB_t^{(1)}$$

Це рівняння показує, що чисельність населення змінюється під впливом природного приросту, економічного розвитку, міграційного балансу та негативного воєнного фактору. Доданок

$$\sigma_N N_t dB_t^{(1)}$$

описує випадкові демографічні коливання: різкі хвилі вимушеного переселення, неочікуване зростання смертності, локальні гуманітарні кризи.

Динаміка трудових ресурсів:

$$dL_t = [\eta N_t - \mu L_t - \xi W_t L_t]dt + \sigma_L L_t dB_t^{(2)}$$

де ξ – коефіцієнт втрат трудового потенціалу під впливом війни.

Це рівняння враховує, що трудові ресурси формуються за рахунок населення, але скорочуються через старіння, втрату працездатності, мобілізацію, вимушену міграцію та інші наслідки війни. Стохастичний доданок відображає непередбачувані зміни на ринку праці. Динаміка виробництва відображається рівнянням:

$$dY_t = [rY_t + \alpha K_t^\beta L_t^{1-\beta} - \theta W_t Y_t]dt + \sigma_Y Y_t dB_t^{(3)}$$

Це рівняння поєднує базовий економічний ріст, виробничу функцію Кобба–Дугласа та негативний вплив війни на випуск продукції. Стохастичний компонент відображає випадкові економічні шоки: руйнування логістики, збої постачання, зміни цін, перебої енергопостачання, зовнішньоторговельні обмеження. Динаміка капіталу відображається рівнянням:

$$dK_t = [sY_t - \lambda K_t - \psi W_t K_t]dt + \sigma_K K_t dB_t^{(4)}$$

де ψ – параметр руйнування капіталу під впливом війни.

Капітал зростає завдяки інвестиціям, але зменшується внаслідок фізичного та морального зносу, а також воєнного руйнування активів. Стохастичний член описує випадкові втрати виробничих потужностей. Динаміка міграційного балансу відображається рівнянням:

$$dM_t = [\gamma_1 Y_t - \gamma_2 W_t - \gamma_3 M_t]dt + \sigma_M dB_t^{(5)}$$

де:

- γ_1 – вплив економічного відновлення на повернення населення;
- γ_2 – вплив війни на посилення відтоку населення;
- γ_3 – швидкість стабілізації міграційного балансу.

Це рівняння показує, що міграційний баланс покращується при зростанні економіки, але погіршується зі зростанням воєнної інтенсивності. Стохастичний доданок враховує раптові хвилі евакуації або повернення населення.

Доцільно описати воєнний вплив як стохастичний процес із поверненням до середнього:

$$dW_t = \rho(\bar{W} - W_t)dt + \sigma_W dB_t^{(6)}$$

Це означає, що рівень воєнного впливу коливається навколо деякого середнього значення \bar{W} , але зазнає випадкових збурень. Такий підхід є реалістичним, оскільки інтенсивність війни не є постійною змінною: вона може тимчасово зростати через ескалацію або знижуватися внаслідок стабілізації ситуації.

Тут $B_t^{(1)}, B_t^{(2)}, \dots, B_t^{(6)}$ – незалежні вінерівські процеси.

Для дослідження поведінки стохастичної демоекономічної моделі в умовах війни доцільно застосувати метод Монте-Карло. Його суть полягає у багаторазовому чисельному відтворенні

випадкових траєкторій системи за однакової структури моделі, але з різними реалізаціями випадкових збурень. Це дозволяє оцінити не одну можливу траєкторію розвитку, а цілу множину сценаріїв, що є особливо важливим для аналізу соціально-економічних процесів у воєнний період.

В межах даного підходу стохастична система диференціальних рівнянь апроксимується у дискретному часі. Для цього використовується схема Ейлера–Маруяма, яка є одним з найбільш поширених чисельних методів розв’язування стохастичних диференціальних рівнянь. Якщо у загальному вигляді стохастичне рівняння записати як

$$dX_t = a(X_t, t) dt + b(X_t, t) dB_t,$$

то його чисельна апроксимація на кроці Δt має вигляд

$$X_{t+\Delta t} = X_t + a(X_t, t)\Delta t + b(X_t, t)\sqrt{\Delta t} \varepsilon_t,$$

де $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ – нормально розподілена випадкова величина.

У контексті побудованої моделі це означає, що на кожному часовому проміжку значення чисельності населення, трудових ресурсів, виробництва, капіталу, міграційного балансу та воєнного фактору змінюються не лише під впливом систематичних закономірностей, а й під впливом випадкових шоків. У результаті кожен запуск моделі формує окрему можливу траєкторію розвитку соціально-економічної системи.

Python-код для імітації стохастичної моделі реалізує метод Ейлера–Маруяма, будує кілька випадкових траєкторій, обчислює середню траєкторію, будує графіки для змінних $N(t)$, $L(t)$, $Y(t)$, $K(t)$, $M(t)$, $W(t)$:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# -----
# ПАРАМЕТРИ МОДЕЛІ
# -----

b = 0.012 # народжуваність
d = 0.016 # смертність
eta = 0.025 # вхід у трудові ресурси
mu = 0.020 # вибуття з трудових ресурсів
xi = 0.030 # вплив війни на трудові ресурси
```

```

r = 0.015 # базовий темп економічного зростання
alpha = 0.08 # параметр виробничої функції
beta = 0.35 # еластичність за капіталом
theta = 0.060 # вплив війни на економіку

s = 0.22 # норма інвестицій
lam = 0.040 # знос капіталу
psi = 0.050 # руйнування капіталу через війну

gamma = 0.0000015 # вплив економіки на населення
delta = 0.020 # вплив війни на демографію

gamma1 = 0.000002 # вплив економіки на міграцію
gamma2 = 0.080 # вплив війни на міграцію
gamma3 = 0.300 # стабілізація міграційного балансу

rho = 0.500 # повернення W до середнього
W_bar = 0.60 # середній рівень воєнного впливу

# Інтенсивності шумів
sigma_N = 0.015
sigma_L = 0.020
sigma_Y = 0.030
sigma_K = 0.025
sigma_M = 0.050
sigma_W = 0.080

# -----
# ПОЧАТКОВІ УМОВИ
# -----

N0 = 40_000_000 # населення
L0 = 16_000_000 # трудові ресурси
Y0 = 200_000 # умовний ВВП / випуск
K0 = 500_000 # капітал
M0 = -200_000 # міграційний баланс
W0 = 0.70 # початковий воєнний вплив

# -----
# ПАРАМЕТРИ МОДЕЛЮВАННЯ
# -----

```

```

T = 10.0 # горизонт моделювання (наприклад, 10 років)
dt = 0.01 # крок часу
steps = int(T / dt)
t = np.linspace(0, T, steps + 1)

n_sim = 100 # кількість траєкторій Монте-Карло

# Масиви для збереження всіх траєкторій
N_all = np.zeros((n_sim, steps + 1))
L_all = np.zeros((n_sim, steps + 1))
Y_all = np.zeros((n_sim, steps + 1))
K_all = np.zeros((n_sim, steps + 1))
M_all = np.zeros((n_sim, steps + 1))
W_all = np.zeros((n_sim, steps + 1))

# -----
# МОДЕЛЮВАННЯ МОНТЕ-КАРЛО
# -----

for sim in range(n_sim):
    N = np.zeros(steps + 1)
    L = np.zeros(steps + 1)
    Y = np.zeros(steps + 1)
    K = np.zeros(steps + 1)
    M = np.zeros(steps + 1)
    W = np.zeros(steps + 1)

    # початкові значення
    N[0] = N0
    L[0] = L0
    Y[0] = Y0
    K[0] = K0
    M[0] = M0
    W[0] = W0

    for i in range(steps):
        # Генерація нормальних випадкових величин
        z1 = np.random.normal(0, 1)
        z2 = np.random.normal(0, 1)
        z3 = np.random.normal(0, 1)
        z4 = np.random.normal(0, 1)
        z5 = np.random.normal(0, 1)
        z6 = np.random.normal(0, 1)

```

Поточні значення

$N_i = N[i]$

$L_i = L[i]$

$Y_i = Y[i]$

$K_i = K[i]$

$M_i = M[i]$

$W_i = W[i]$

Захист від від'ємних або некоректних значень

$N_i = \max(N_i, 1.0)$

$L_i = \max(L_i, 1.0)$

$Y_i = \max(Y_i, 1.0)$

$K_i = \max(K_i, 1.0)$

$W_i = \max(W_i, 0.0)$

Стохастичні рівняння (схема Ейлера–Маруяма)

$dN_{det} = ((b - d) * N_i + \gamma * Y_i - \delta * W_i * N_i + M_i) * dt$

$dN_{sto} = \sigma_N * N_i * np.sqrt(dt) * z1$

$dL_{det} = (\eta * N_i - \mu * L_i - \xi * W_i * L_i) * dt$

$dL_{sto} = \sigma_L * L_i * np.sqrt(dt) * z2$

$dY_{det} = (r * Y_i + \alpha * (K_i ** \beta) * (L_i ** (1 - \beta)) - \theta * W_i * Y_i) * dt$

$dY_{sto} = \sigma_Y * Y_i * np.sqrt(dt) * z3$

$dK_{det} = (s * Y_i - \lambda * K_i - \psi * W_i * K_i) * dt$

$dK_{sto} = \sigma_K * K_i * np.sqrt(dt) * z4$

$dM_{det} = (\gamma_1 * Y_i - \gamma_2 * W_i - \gamma_3 * M_i) * dt$

$dM_{sto} = \sigma_M * np.sqrt(dt) * z5$

$dW_{det} = \rho * (W_{bar} - W_i) * dt$

$dW_{sto} = \sigma_W * np.sqrt(dt) * z6$

Оновлення

$N[i + 1] = N[i] + dN_{det} + dN_{sto}$

$L[i + 1] = L[i] + dL_{det} + dL_{sto}$

$Y[i + 1] = Y[i] + dY_{det} + dY_{sto}$

$K[i + 1] = K[i] + dK_{det} + dK_{sto}$

$M[i + 1] = M[i] + dM_{det} + dM_{sto}$

$W[i + 1] = W[i] + dW_{det} + dW_{sto}$

```
# Обмеження, щоб уникати фізично беззмстовних значень
N[i + 1] = max(N[i + 1], 0)
L[i + 1] = max(L[i + 1], 0)
Y[i + 1] = max(Y[i + 1], 0)
K[i + 1] = max(K[i + 1], 0)
W[i + 1] = max(W[i + 1], 0)
```

```
N_all[sim] = N
L_all[sim] = L
Y_all[sim] = Y
K_all[sim] = K
M_all[sim] = M
W_all[sim] = W
```

```
# -----
# СЕРЕДНІ ТРАЄКТОРІЇ
# -----
```

```
N_mean = N_all.mean(axis=0)
L_mean = L_all.mean(axis=0)
Y_mean = Y_all.mean(axis=0)
K_mean = K_all.mean(axis=0)
M_mean = M_all.mean(axis=0)
W_mean = W_all.mean(axis=0)
```

```
# -----
# ФУНКЦІЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ГРАФІКІВ
# -----
```

```
def plot_variable(time, all_paths, mean_path, title, ylabel):
    plt.figure(figsize=(10, 5))
```

```
# окремі траєкторії
for i in range(min(20, len(all_paths))):
    plt.plot(time, all_paths[i], alpha=0.35)
```

```
# середня траєкторія
plt.plot(time, mean_path, linewidth=3, label='Середня траєкторія')
```

```
plt.title(title, fontsize=14)
plt.xlabel('Час')
```

```
plt.ylabel(ylabel)
plt.grid(True, alpha=0.3)
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

```
# -----
# ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
# -----
```

```
plot_variable(t, N_all, N_mean, 'Стохастична динаміка чисельності населення  $N(t)$ ', 'N(t)')
plot_variable(t, L_all, L_mean, 'Стохастична динаміка трудових ресурсів  $L(t)$ ', 'L(t)')
plot_variable(t, Y_all, Y_mean, 'Стохастична динаміка виробництва  $Y(t)$ ', 'Y(t)')
plot_variable(t, K_all, K_mean, 'Стохастична динаміка капіталу  $K(t)$ ', 'K(t)')
plot_variable(t, M_all, M_mean, 'Стохастична динаміка міграційного балансу  $M(t)$ ', 'M(t)')
plot_variable(t, W_all, W_mean, 'Стохастична динаміка воєнного фактора  $W(t)$ ', 'W(t)')
```

Для кожної змінної у кожному часовому проміжку обчислюється детермінована частина приросту та стохастична складова, яка задається через нормально розподілену випадкову величину. Моделювання виконується багаторазово, що відповідає методу Монте-Карло. Перш за все, отримані траєкторії демонструють, що динаміка чисельності населення $N(t)$ має суттєву варіативність (див. рис. 1). У більшості сценаріїв спостерігається тенденція до поступового зниження населення, що зумовлено поєднанням негативного природного приросту та впливу воєнного фактору. Водночас окремі траєкторії демонструють часткову стабілізацію або навіть незначне зростання, що пояснюється позитивним впливом економічного відновлення та поверненням мігрантів.

Це свідчить про те, що демографічна динаміка в умовах війни є високочутливою до випадкових шоків та змін економічної кон'юнктури.

Аналіз трудових ресурсів $L(t)$ показує подібну тенденцію (див. рис. 1). З одного боку, скорочення населення та вплив війни призводять до зменшення робочої сили. З іншого боку, у деяких сценаріях спостерігається адаптаційний ефект, пов'язаний із перерозподілом трудових ресурсів, підвищенням економічної активності та

залученням нових груп населення до ринку праці. Це вказує на наявність внутрішніх механізмів компенсації втрат, хоча їх ефективність значною мірою залежить від зовнішніх умов.

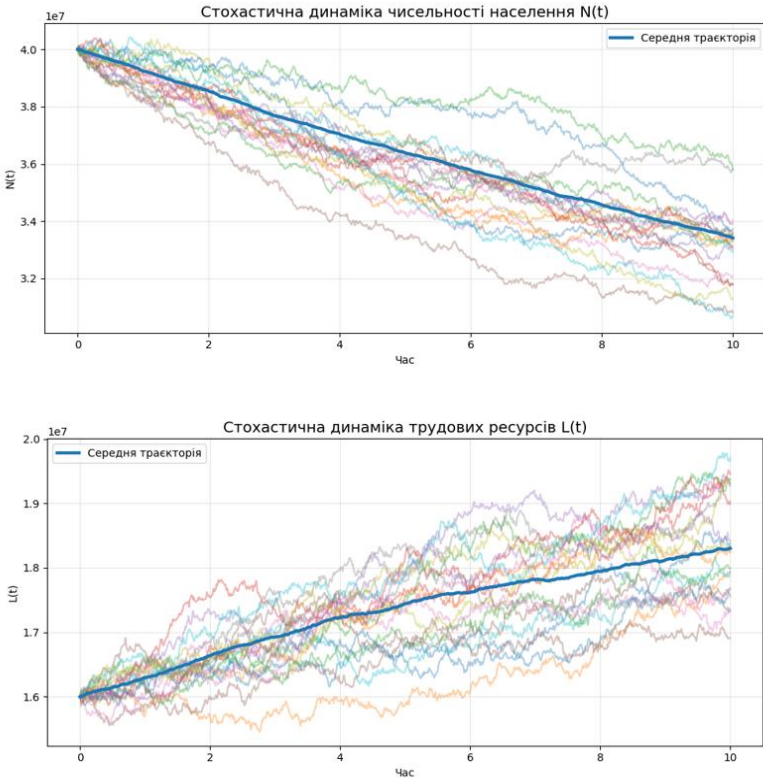


Рис. 1. Стохастична динаміка чисельності населення та трудових ресурсів України

У результаті для кожної змінної отримується набір можливих траєкторій розвитку. Після цього обчислюється середня траєкторія, яка інтерпретується як очікувана динаміка системи. Графіки дозволяють візуально оцінити як середній сценарій, так і ступінь розкиду можливих сценаріїв.

Динаміка обсягу виробництва $Y(t)$ характеризується значною нестабільністю (див. рис. 2). У середньому спостерігається помірне зростання або стагнація, що відповідає базовому економічному сценарію. Проте розкид траєкторій є досить широким: у деяких

випадках економіка демонструє швидке відновлення, тоді як в інших – різке падіння. Це підтверджує, що економічна система в умовах війни перебуває у стані підвищеного ризику, де результати значною мірою залежать від випадкових факторів, таких як руйнування інфраструктури, перебої в постачанні ресурсів або зміни зовнішньоекономічних умов. Аналогічні висновки можна зробити щодо динаміки капіталу $K(t)$. У середньому спостерігається тенденція до поступового зростання або стабілізації капіталу за рахунок інвестицій, однак випадкові шоки можуть призводити до його значних втрат. Особливо це проявляється у сценаріях із підвищеним рівнем воєнного впливу, де руйнування виробничих потужностей істотно перевищує темпи їх відновлення.

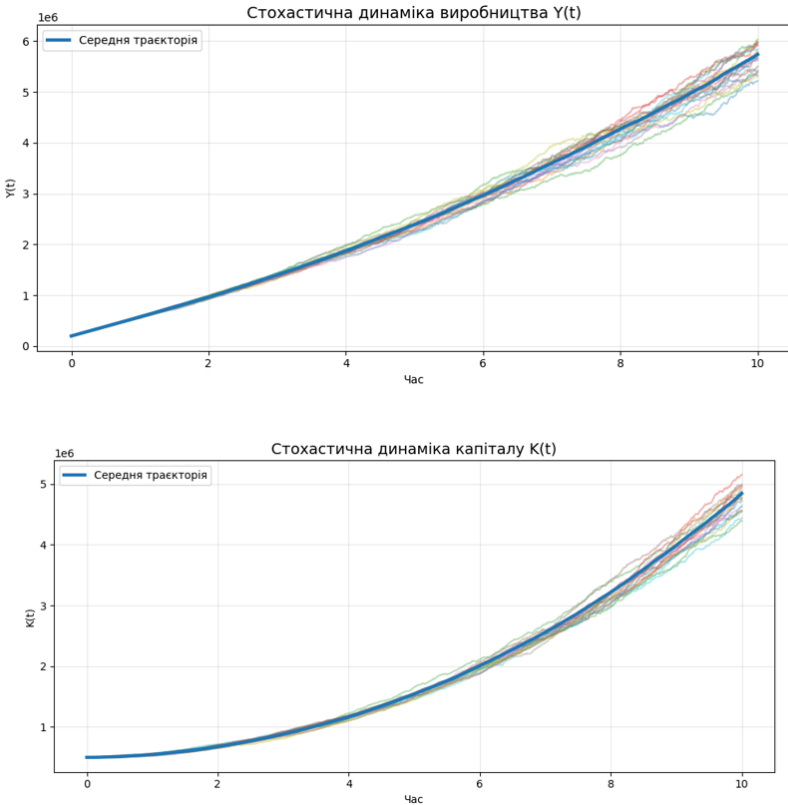


Рис. 2. Стохастична динаміка виробництва та капіталу України

Особливу увагу слід приділити поведінці воєнного фактору $W(t)$. Отримані результати свідчать, що цей показник коливається навколо певного середнього рівня, але періодично зазнає суттєвих відхилень. Саме ці відхилення виступають основним джерелом нестабільності всієї системи, оскільки вони безпосередньо впливають на всі інші змінні — населення, трудові ресурси, виробництво та капітал (див. рис. 3).

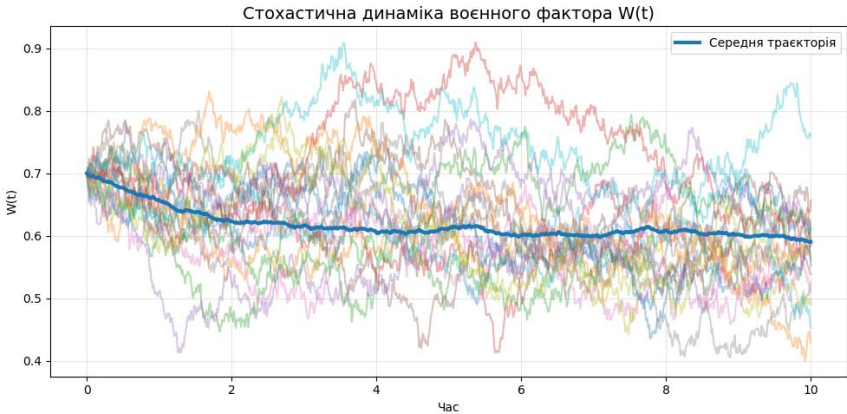


Рис. 3. Стохастична динаміка воєнного фактору України

Результати імітаційного моделювання стохастичної демоєкономічної системи, отримані за допомогою методу Монте-Карло, дозволяють провести комплексний аналіз поведінки ключових змінних у середовищі підвищеної невизначеності, характерної для воєнного періоду. Міграційний баланс $M(t)$ демонструє найбільшу варіативність серед усіх змінних. У початкові періоди моделювання, як правило, спостерігається негативне значення, що відповідає масовому відтоку населення. Проте у ряді сценаріїв відбувається поступове покращення цього показника, що пов'язано з економічним відновленням та зниженням інтенсивності воєнних дій. Це підтверджує ключову роль міграційних процесів у формуванні демографічної та економічної динаміки.

Важливим результатом моделювання є виявлення значного розкиду траєкторій для всіх змінних. Це означає, що навіть за однакових початкових умов система може розвиватися за принципово різними сценаріями. Така властивість є типовою для стохастичних систем і підтверджує необхідність використання саме імовір-

нісного підходу до аналізу соціально-економічних процесів у воєнний період.

Висновки. Проведений аналіз підтверджує, що стохастична модель дозволяє більш адекватно описати динаміку демографічних та економічних процесів у порівнянні з детермінованим підходом. Вона враховує випадкові шоки, дозволяє досліджувати множину сценаріїв розвитку та оцінювати ризики, що робить її ефективним інструментом для аналізу та прогнозування соціально-економічних систем в умовах війни. Поєднання класичних моделей з сучасними технологіями штучного інтелекту відкриває нові можливості для аналізу, прогнозування та прийняття управлінських рішень у соціально-економічній сфері

Отже, використання методу Монте-Карло та чисельної схеми Ейлера–Маруяма дозволяє реалізувати імітаційне дослідження стохастичної демоекономічної моделі в умовах війни. Такий підхід дає змогу не лише простежити середню динаміку населення, трудових ресурсів, виробництва та капіталу, а й оцінити невизначеність і варіативність розвитку системи під впливом випадкових воєнних шоків.

Бібліографічні посилання

1. World Population Day: Trends and Demographic Changes [Електронний ресурс] // World Bank. URL: <https://blogs.worldbank.org/en/opendata/world-population-day--trends-and-demographic-changes> (дата звернення: 18.03.2026).

2. Births and Deaths [Електронний ресурс] // Our World in Data. URL: <https://ourworldindata.org/births-and-deaths> (дата звернення: 14.02.2026).

3. World Population Prospects 2024 [Електронний ресурс] // United Nations. – URL: <https://population.un.org/wpp/> (дата звернення: 22.03.2026).

4. World Population Dashboard [Електронний ресурс] // United Nations Population Fund. – URL: <https://www.unfpa.org/data/world-population> (дата звернення: 28.03.2026).

5. Ukraine Population 2025 [Електронний ресурс] // United Nations Population Fund. URL: <https://www.unfpa.org/data/world-population/UA> (дата звернення: 30.05.2026).

6. Ukraine [Електронний ресурс] // UNHCR. URL: <https://www.unhcr.org/where-we-work/countries/ukraine> (дата звернення: 30.05.2026).

7. NBU 2025 Inflation Update [Електронний ресурс] // National Bank of Ukraine. 12 Jan 2026. URL: <https://bank.gov.ua/en/news/all/komentar-natsionalnogo-banku-schodo-rivnya-inflyatsiyi-u-2025-rotsi> (дата звернення: 30.05.2026).

8. Bijak J. Modelling in Demography: From Statistics to Simulations [Электронный ресурс]. – Springer, 2018. – URL: <https://link.springer.com> (дата звернення: 30.03.2026).
9. Schoen R. Mathematical Models in Demography and Actuarial Mathematics [Электронный ресурс]. – UNESCO Encyclopedia of Life Support Systems. – URL: <https://www.eolss.net> (дата звернення: 30.03.2026).
10. Xie Y. Demographic Models // International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences. – Elsevier, 2015. – URL: <https://www.sciencedirect.com> (дата звернення: 30.03.2026).